Hausaufgabenblatt 2

Aufgabe 2.1. Welche dieser Folgen konvergieren? Welche Folgen sind bestimmt divergent? Berechnen Sie die Grenzwerte der konvergenten Folgen.

a) $a_n = 2 + \left(\frac{-2}{3}\right)^n$ b) $b_n = 2 + \left(\frac{-3}{2}\right)^n$ c) $c_n = \frac{n^{10}+9n^2-1}{3n^{10}-n^9+8n}$

d) $d_n = \frac{1+2+\cdots+n}{n^2}$ e) $e_n = \frac{n+1}{n^2}$ f) $f_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

g) $g_n = \frac{\sqrt[n]{2}}{n}$ h) $h_n = \sqrt[2]{4 \cdot n^5}$ i) $i_n = \frac{(-1)^n \cdot n^2 - 1}{n^2+3n+2}$

Aufgabe 2.2. Finden Sie Folgen $a = (a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $b = (b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $\lim_{n\to\infty} a_n = \infty$ und $\lim_{n\to\infty} b_n = 0$, so dass gilt:

a) $\lim_{n\to\infty} a_n \cdot b_n = \infty$,

b) $\lim_{n\to\infty} a_n \cdot b_n = c$ für ein beliebiges $c \in \mathbb{R}$,

c) $\lim_{n\to\infty} a_n \cdot b_n = -\infty$,

d) $(a_n \cdot b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist beschränkt, aber nicht konvergent.

Aufgabe 2.3. Finden Sie eine Folge $a = (a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, so dass a divergiert aber $b = (|a_n|)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert.

Aufgabe (Zusatz) 2.4. Bestimmen und begründen Sie mit den Grenzwertkriterien für folgende Folgen die (gegebenenfalls bestimmt divergenten) Grenzwerte.
Hinweis: $\sqrt[n]{n} \xrightarrow{n\to\infty} 1$, Quotientenkriterien auf dem Tutorien-/Selbstübungsblatt 1.

a) $a_n = n^3 - n^2 + 4n - 5$,

b) $b_n = \dfrac{2^n}{n^2}$,

c) $c_n = \dfrac{\sqrt[n]{n}}{n}$,

d) $d_n = 2 + \left(\dfrac{-2}{5}\right)^n$.

e) $e_n = \sqrt[3n]{4 \cdot n^5}$,