

---

## Hausaufgabenblatt 4

---

Hinweis:

$$(\ln x)' = x^{-1} \quad (x > 0), \quad (\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (-1 < x < 1)$$

**Aufgabe 4.1** (Zwischenwertsatz). Zeigen Sie, dass eine stetige Funktion

$$f : [a, b] \rightarrow [a, b]$$

mit  $a < b$  besitzt einen Fixpunkt, d.h. es gibt ein  $\tilde{x} \in [a, b]$  mit  $f(\tilde{x}) = \tilde{x}$ .

(Hinweis: Schauen Sie sich die Funktion  $h(x) := f(x) - x$  an.)

**Aufgabe 4.2** (Produktregel). Berechnen Sie die Ableitungen folgender Funktionen.

- a)  $a(x) = x^2 \cdot \ln x$  für  $x > 0$ ,
- b)  $b(x) = \arcsin x \cdot \sin x$  für  $-1 < x < 1$ , und
- c)  $c(x) = x^4 \cdot \ln x \cdot \sin x \cdot \cos x$  für  $x > 0$ .

**Aufgabe 4.3** (Quotientenregel). Berechnen Sie die Ableitungen folgender Funktionen.

- a)  $d(x) = \tan x$  auf dem Definitionsbereich von  $\tan$ ,
- b)  $e(x) = \frac{x+1}{x-1}$  für  $x \neq 1$ , und
- c)  $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$

**Aufgabe 4.4** (Kettenregel). Berechnen Sie die Ableitungen folgender Funktionen.

- a)  $g(x) = \sqrt{x \cdot \sqrt{x}}$  für  $x > 0$ ,
- b)  $h(x) = \ln(1 + e^{\arcsin x})$  für  $-1 < x < 1$  und
- c)  $i(x) = x^x$  für  $x > 0$ .