

Hausaufgabenblatt 7

Aufgabe 7.1 (Potenzreihen, Wiederholung). Berechnen Sie die Konvergenzradien.

a) $\sum_{k=0}^{\infty} 2^k \cdot x^k$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!} \cdot x^n$

c) $\sum_{j=4}^{\infty} 3^{-j} \cdot j^3 \cdot x^j$

Aufgabe 7.2 (Linear (Un)Abhängigkeit). Sind die Vektoren

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ \pi \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

linear abhängig oder unabhängig?

Aufgabe 7.3 (Lineare (Un)Abhängigkeit). Seien

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad v_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

- Sind v_1, v_2, v_3 linear unabhängig?
- Bilden v_1, v_2, v_3 eine Basis von \mathbb{R}^3 ? Wieso (nicht)?
- Schreiben Sie v_4 als Linearkombination von v_1, v_2, v_3 .

Aufgabe 7.4 (Linear Unterräume). Welche der folgenden Mengen im \mathbb{R}^3 sind linear Unterräume und welche nicht? Zeigen Sie dies in jedem Fall.

- $V := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x + 3y - z = 0\}$
- $W := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 - y^2 + z = 1\}$